

Documento de Trabajo 91-03
Febrero 1991

Departamento de Economía
Universidad Carlos III de Madrid
Calle Madrid, 126
28903 Getafe

PERSPECTIVA HISTORICA DE LOS MODELOS ARIMA Y SU UTILIDAD EN EL ANALISIS ECONOMICO

Antoni Espasa*

Resumen

El Análisis de Series Temporales, cuyo nacimiento lo podemos cifrar a comienzos del siglo XIX, tuvo un importante desarrollo en el segundo cuarto del siglo XX con la construcción de una teoría general sobre procesos estacionarios. Box y Jenkins, en su texto publicado en 1970, sistematizaron el conocimiento existente sobre procesos estacionarios y lo generalizaron permitiendo procesos evolutivos, causados por la presencia de raíces unitarias autorregresivas. Esta caracterización del nivel evolutivo de las Series Temporales es todavía la dominante en muchas ciencias, como la Economía con la Teoría Econométrica de la Cointegración. Debida a esta generalización a nivel univariante de los modelos ARIMA, Zellner y otros autores han puesto de manifiesto que tales modelos constituyen formas finales del modelo econométrico simultáneo (SEM). De esto último se deriva que los modelos ARIMA no son cajas negras, sino instrumentos capaces de describir de forma consistente, aunque ineficiente, las características de una variable económica, y esto puede explotarse en la realización de análisis económicos.

Palabras clave: Series temporales, modelos econométricos, senda a largo plazo.

* Antoni Espasa , Departamento de Economía, Universidad Carlos III, Madrid.

PERSPECTIVA HISTÓRICA DE LOS MODELOS ARIMA Y SU UTILIDAD EN EL ANÁLISIS ECONÓMICO

Con el trabajo de J. Fourier en 1807, en el que se demuestra que una serie temporal se puede aproximar tanto como se quiera mediante la suma de términos de senos y cosenos, podemos decir que nace el Análisis de Series Temporales (AST). No obstante, esta expansión de Fourier es solamente válida para series determinísticas y durante todo el siglo XIX y primeros años del XX en el AST el enfoque determinístico fue el único que prevaleció. En tal contexto, la discrepancia entre los valores de los modelos y los datos reales se atribuía a un elemento residual estocástico.

Siguiendo a Yaglom (1962), pag. 4, podemos decir que los primeros intentos de introducir un enfoque estocástico en el AST se encuentran en Bachelier (1912), pero fue en los años treinta con los trabajos de Slutski (véase Slutski 1960), Kolmogorov (véase Kolmogorov 1931 y 1950) y Kinchin (1934) cuando empieza a construirse una teoría general sobre procesos estocásticos. Por otro lado en Yule (1926) y (1927) se señala que el análisis de Fourier no es adecuado para series reales, pues en ellas las amplitudes y períodos de los componentes sinusoidales son estocásticos, y que tal faceta se puede recoger expresando una serie en función de sus valores pasados. En concreto Yule (1927) introduce y desarrolla los procesos autorregresivos de segundo orden como esquemas teóricos capaces de generar series con oscilaciones cíclicas estocásticas. La generalización del análisis de Fourier para funciones estocásticas no se obtuvo hasta los años cuarenta con dos trabajos independientes de Kolmogorov (1940) y Cramér (1942), que constituyen el soporte teórico del moderno análisis espectral y establecen la correspondencia entre el enfoque de las covarianzas (o del dominio del tiempo) y el enfoque espectral (o del dominio de las frecuencias) en el estudio de los procesos estocásticos estacionarios. Previamente el proceso de Yule fue generalizado por Walker (1931) introduciendo un esquema general de procesos

autorregresivos y Slutski (1937) establecía que series temporales con oscilaciones cíclicas podían también venir generadas por otro tipo de procesos e introdujo los procesos de medias móviles. La integración de los procesos de Yule y Slutski se realizó con el trabajo de Wold (1938), donde se establece una formulación general para cualquier tipo de proceso estocástico estacionario y se introducen los procesos mixtos, autorregresivos y de medias móviles (ARMA).

Este desarrollo teórico sobre procesos estocásticos se ciñó a procesos estacionarios, sin embargo, desde finales del siglo XIX, véase Poynting (1884) y Hooker (1901) (1), se tenía asimilado en el análisis empírico que las series reales podían contener, además de oscilaciones cíclicas, un componente tendencial. De hecho esta descomposición de una serie temporal en tendencia, componentes cíclicos y elemento residual se fue popularizando en las aplicaciones económicas hasta culminar en el trabajo de Shiskin et al. (1967) en que se presenta un procedimiento de extracción de señales (X-11), por el que una serie se descompone en tendencia, componente estacional y elemento irregular. En estos procedimientos de descomposición de series temporales, los componentes de las mismas fueron, desde los años veinte, considerados como estocásticos y su estimación se basaba en aplicar medias móviles a los datos originales. De esta forma empiricista se suplía la falta de una teoría sobre procesos estocásticos evolutivos.

En el campo de la predicción también se desarrollaron procedimientos empiricistas para abordar con cierto éxito la predicción de series temporales con tendencia. Así surgieron los denominados procedimientos de alisado, véase Holt (1957), Brown (1959), Holt et al. (1960), Winter (1960), Harrison (1965), etc. (2).

(1) Referencias tomadas de Makridakis (1976), para un mayor detalle bibliográfico véase la sección III.4 de dicho artículo.

(2) Para un mayor detalle bibliográfico véase Makridakis (1976) sección III.3.

En resumen, podemos decir que al final de los sesenta el análisis aplicado de Series Temporales asumía plenamente que, en general, las series reales eran no estacionarias y para predecir y extraer señales en una serie concreta se utilizaban procedimientos que tenían en cuenta tal faceta de las series y, además, se operaba de forma que tanto el componente estacionario como el evolutivo eran estocásticos. Junto con esto el análisis teórico sólo había desarrollado un esquema estocástico general para el componente estacionario de las series temporales y, así, en aplicaciones más académicas era frecuente la práctica de eliminar previamente (véase Nelson y Plosser 1982) tendencias determinísticas.

El puente entre los desarrollos teóricos y los procedimientos aplicados se ha tendido con la introducción por Box y Jenkins (1970) de los modelos ARIMA. Estos modelos generalizan los modelos ARMA permitiendo que no sea la serie original, sino una versión de la misma debidamente diferenciada quien venga determinada por un modelo estacionario ARMA. Es decir, Box y Jenkins introducen un contexto teórico en el que las series pueden ser evolutivas, pues no son sus niveles, sino sus incrementos o los incrementos de éstos quienes tienen un comportamiento estacionario. En términos algebraicos esto supone permitir raíces unitarias en la parte autorregresiva del modelo ARMA. Claramente la evolutividad que consideran Box y Jenkins no es una evolutividad general, sino una evolutividad específica, que se puede denominar homogénea, y que sirve para explicar el comportamiento de series temporales que, pudiendo ser no estacionarias, su velocidad de avance o su aceleración tienen un comportamiento estacionario. Esta estacionariedad en la primera o segunda derivadas es la que confiere un carácter relativamente homogéneo a las series generadas por modelos ARIMA. Enfocando el problema a partir de la transformación (diferenciación) de la serie real que es estacionaria, tenemos que mediante la aplicación, una o dos veces, de un procedimiento de suma, integración (que es la transformación inversa a la diferenciación), de la serie estacionaria se llega a la serie

real, de ahí el nombre de modelos Auto Regresivos Integrados y medias móviles (Moving Averages).

Como hemos señalado los modelos ARIMA sólo son aptos para explicar una evolutividad de tipo homogéneo, pero Box y Jenkins intuyeron que ésta era una forma útil de aproximar la realidad evolutiva que observamos. De hecho, hoy en día sabemos que, si nos ceñimos a esquemas lineales, los procedimientos de alisado utilizados para predecir (véase Granger y Newbold 1977) son óptimos cuando se aplican a series que siguen un tipo concreto de modelo ARIMA. Asimismo sabemos, (véase Cleveland y Tiao 1976) que el procedimiento de X-11 es óptimo cuando se aplica a series generadas por un determinado modelo ARIMA. Es decir, los modelos ARIMA suponen una generalización de los esquemas teóricos implícitos en los procedimientos empíricos que previamente al libro de Box y Jenkins se habían mostrado útiles y relativamente satisfactorios. Esta generalización a nivel univariante lograda por los modelos ARIMA ha determinado que en la investigación sobre extracción de señales, que mayoritariamente se enfoca como un problema univariante, se hayan desarrollado con éxito procedimientos de descomposición de Series Temporales que se basan en modelos ARIMA: a) el modelo ARIMA de la serie observada -procedimientos de forma reducida- Burman (1980), Hillmer y Tiao (1982), Maravall (1987),...; b) los modelos ARIMA postulados para los componentes -procedimientos estructurales- Engle (1978), Harvey y Todd (1983), Fernández (1988),...

La contribución de Box-Jenkins no fue meramente teórica, sino enormemente práctica, pues junto con el esquema teórico de modelo estocástico propusieron una metodología para que sean los datos quienes, en cada caso, determinen el modelo ARIMA más adecuado para explicar su generación. Esto supone un progreso importante en el trabajo aplicado de predicción y extracción de señales, ya que no se utiliza un procedimiento de caja negra, más o menos basado en la experiencia analista, sino un procedimiento validado por los datos y que corresponde a un modelo del tipo ARIMA, que es un esquema que permite una

explicación general de la evolutividad homogénea.

Hay que señalar que la derivación de un esquema general para explicar un proceso evolutivo cualquiera será necesariamente una labor poco operativa en un mundo real en el que no se pueden replicar series temporales de un mismo proceso y, en consecuencia, los grados de libertad para estimar el comportamiento del proceso son limitados. Por ello, nos vemos obligados a trabajar con esquemas que meramente aproximen los verdaderos modelos teóricos bajo hipótesis específicas.

Así, si el mundo real cumpliera las condiciones de linealidad y evolutividad homogénea, los modelos ARIMA constituirían un esquema general para explicar el comportamiento de una serie en función de su pasado. Box y Tiao (1975) han ampliado los modelos ARIMA con la introducción de variables artificiales, generalmente binarias, dando lugar a la clase de modelos denominados ARIMA con ANÁLISIS DE INTERVENCIÓN, que son aptos para explicar series temporales que contengan, además de su evolución estocástica, determinados movimientos bruscos o atípicos.

La generalización que supone un modelo ARIMA tiene dos puntos débiles, ya que no es válida para un universo no lineal y sólo contempla una evolutividad de tipo homogéneo. Respecto a la no linealidad hay que señalar que un esquema general sobre la misma, véase Weiner (1958), ha de ser necesariamente no operativo y por tanto una actitud más realista es pretender determinar contextos no lineales específicos, pero suficientemente amplios, para que sean capaces de aproximar la generación de cualquier serie real de forma más adecuada que los modelos lineales. Los "modelos dependientes del estado" introducidos por Priestley (1981) son modelos no lineales que van en la dirección mencionada y que contienen como casos particulares a los modelos bilineales, autorregresivos por zonas ("Threshold autoregressive") y autorregresivos exponenciales. No obstante, no existe todavía una metodología debidamente desarrollada para la aplicación de procedimientos no lineales, por ello en el resto de este trabajo

nos ceñiremos a modelos lineales.

La extensión de la evolutividad homogénea se ha logrado a nivel teórico, por ejemplo, con los modelos ARIMA de DIFERENCIACION FRACCIONAL (véase Granger y Joyeux (1980) y referencias previas allí mencionadas), pero las aplicaciones realizadas no han llevado, generalmente, a mejoras sustanciales sobre los modelos ARIMA, por lo que tampoco los consideraremos en el resto del trabajo.

La caracterización de la evolutividad a través de las raíces unitarias es también el procedimiento empleado en Econometría, con la teoría de la cointegración, véase Granger, (1981) y (1986), Engle y Granger (1987), Escribano (1990), ICE (1990), Dolado (1990), etc. De hecho, el empleo del mismo tratamiento en cuanto a la evolutividad de las series económicas y la generalización estacionaria lineal que recogen los modelos ARIMA es lo que determina el resultado, comentado más adelante, de que los modelos ARIMA son formas finales de los modelos econométricos simultáneos lineales.

Si bajo las restricciones señaladas hemos concluido que los modelos ARIMA con ANALISIS DE INTERVENCIÓN constituyen una clase general para explicar series económicas en función exclusivamente de su propio pasado, conviene estudiar cuál es su relación con un modelo global que contemple la determinación multivariante de la serie en cuestión junto con todas aquéllas con las que está relacionada.

A nivel econométrico el modelo lineal global por excelencia es el modelo econométrico estructural (SEM, structural econometric model) desarrollado a principios de los años cincuenta en el seno de la Cowles Foundation (véase Koopmans y Hood 1953) y dinamizado de forma paramétrica en Sargan (1959 y 1961) y Hendry (1976) y de forma semiparamétrica en el componente residual en Hannan y Terrell (1973) y globalmente en Espasa y Sargan (1977) y Espasa (1977). La relación de los modelos ARIMA univariantes con el modelo SEM fue inicialmente tratada por

Zellner y Palm (1974) y ha sido posteriormente desarrollada por Prothero y Wallis (1976), Wallis (1977), Zellner (1979) y Wallis (1980). El resultado que se desprende de esos trabajos consiste en que si las variables exógenas del modelo vienen determinadas por un modelo ARIMA multivariante (1), cada una de las variables endógenas del modelo SEM viene determinada individualmente por un modelo ARIMA.

Este resultado es de gran relevancia práctica. En efecto, dado que al modelo ARIMA univariante de una serie concreta se llega a partir del modelo global SEM, tenemos que en la medida que el modelo SEM refleja las características del mundo real, el modelo ARIMA de una serie individual incorpora, de forma ineficiente, pero ciertamente de modo consistente, las características básicas de dicha serie.

En consecuencia un modelo ARIMA no es una caja negra, ni un modelo ad hoc de más mayor o menor utilidad en la predicción, sino que es mucho más: un modelo correcto para describir a nivel univariante el comportamiento y características fundamentales de un fenómeno económico. Por tanto, un modelo ARIMA es una herramienta útil para hacer análisis económico, pues, si el modelo es correcto, sus resultados no pueden estar en contradicción con los que se derivan del modelo SEM. Obviamente el análisis económico que se puede realizar a partir de un modelo ARIMA es enormemente limitado, pues ignora la relación de la variable en cuestión con el resto de variables que configuran el universo económico, y, en consecuencia, no se pueden realizar con él análisis de control, simulación, ni estructural, pero se puede realizar un análisis sobre las características básicas del fenómeno, que es plenamente válido.

(1) Los modelos ARIMA multivariantes (véase Tiao y Box 1991) son una generalización de los modelos multivariantes utilizados por Quenouille (1957).

Una aplicación del tipo de análisis económico que se puede realizar con un modelo ARIMA se enuncia en Espasa (1.990) y se puede resumir como sigue. El modelo ARIMA contiene una descripción adecuada del comportamiento a largo plazo del fenómeno en cuestión y, a su vez, incorpora la estructura temporal con la que dicho fenómeno tiende a volver en cada momento a su sendero de crecimiento equilibrado ("steady state"), que es estocástico en el sentido de que viene determinado por las condiciones iniciales del sistema.

A nivel univariante, el interés de disponer de un instrumento que sirviera para interpretar y caracterizar la variable en cuestión ha sido durante mucho tiempo ambiguo, o inexistente, debido fundamentalmente a que tanto los procedimientos de predicción basados en el alisamiento de series, como los de descomposición en tendencia, componentes cíclicos y elemento residual, no se apoyaban en una teoría univariante de aceptación general, ni estaban vinculados de forma directa con el modelo SEM, que es el esquema reconocido en la profesión como válido para representar el universo económico. Sin embargo, los modelos ARIMA incorporan una teoría univariante bastante general y se derivan de los modelos SEM, por lo que podemos concluir que sirven para caracterizar una serie económica. Un procedimiento de aplicación automática de los modelos ARIMA con Análisis de Intervención para caracterizar un conjunto amplio de series temporales se encuentra en Revilla et al. (1.990).

BIBLIOGRAFIA

- Bachelier, L., 1912, Calcul des Probabilités, Garthier-Villars, París.
- Box, G.E.P., y G.M. Jenkins, 1970, Time Series Analysis, Forecasting and Control, Holden Day.
- Box, G.E.P., y G.C. Tiao, 1975, "Intervention Analysis with applications to economic and environmental problems", J. of the American Statistical Association, v. 70, n. 349, pags. 70-79.
- Brown, R.G., 1959, Statistical Forecasting for Inventory Control, McGraw-Hill, New York.
- Burman, J.P., 1980, "Seasonal Adjustment by Seasonal Extraction", J. of the Royal Stat. Soc., A., 143, pgs. 321-337.
- Cleveland, W.P. y G.C. Tiao, 1976, "Decomposition of Seasonal Time Series: A model of the Census X-II Program", J. of the American Statistical Association, v.71, n. 355, septiembre, pgs.581-7.
- Crámer, H., 1942, "On harmonic analysis of certain function spaces", Arkiv. Mat. Astrom. Fysik, 288, (12), 1-7.
- Dolado, J.J., 1990, "Cointegración: una panorámica", Estadística Española, v. 32, nº 124, mayo-agosto, pgs. 327-365.
- Engle, R.F., 1978, "Estimating Structural Models of Seasonality", Seasonal Analysis of Economic Time Series, ed. A. Zellner, Washington, D.C., U.S. Dept. of Commerce-Bureau of the Census, pgs. 281-297.
- Engle, R.F., y C.W.J. Granger, 1987, "Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing", Econometría, vol. 55, nº 2, marzo. Traducción al castellano publicada en ICE, 1990.
- Escribano, A., 1990, "Introducción al tema de cointegración y tendencias", Cuadernos Económicos, nº 4, pgs. 7-42.
- Espasa, A., 1977, The Spectral Maximun Likelihood Estimation of Econometric Models with Stationary Errors, Vandenhoeck and Ruprecht, Göttingen.

- Espasa, A., 1990, "Metodología para el análisis de la coyuntura de un fenómeno económico", Banco de España, documento de trabajo 9003.
- Espasa, A. y J. D. Sargan, 1977, "The Spectral Estimation of Simultaneous Equation Systems with Lagged Endogenous Variables", Internac. Eco. REV., vol. 18, nº 3.
- Fernández, F. J., 1988, "Modelos estructurales de Series Temporales: una aplicación al análisis y predicción de agregados monetarios y fiscales", Revista de Economía Pública, 1, 44-65.
- Granger, C.W.J., 1981, "Some Properties of Time Series Data and their use in Econometric Model Specification", J. of Econometrics, 16 (11), pgs. 121-130.
- Granger, C.W.J., 1986, "Developments in the Study of Cointegrated Economic Variables", Oxford Bull of Eco. and Stat., 48, 3.
- Granger, C.W.J. y P. Newbold, 1977, Forecasting Economic Series, Academic Press, New York.
- Granger, C.W.J. y R. Joyeux, 1980, "An introduction to long-memory time series models and fractional differencing" J. of Time Series Analysis, v.1, n.1, pags. 15-29.
- Hannan, E.J. y R.D. Terrell, 1973, "Multiple Equation Systems with Stationary Errors", Econométrica, 41, pgs. 299 a 320.
- Harrison, P.J., 1965, "Short-Term forecasting", Applied Statistics, vol. 14, pags. 102-139.
- Harvey, A.C. y P.H.J. Todd, 1983, "Forecasting Economic Time Series with Structural and Box-Jenkins Models: A Case Study", J. of Business and Eco. Stat., 1, 4, pgs. 299-306.
- Hendry, D.F., 1976, "The Structure of Simultaneous Equations Estimators", J. of Econometrics, 4, pgs. 51-85.
- Hillmer, S.C. y G.C. Tiao, 1982, "An ARIMA-Model Based Approach to Seasonal Adjustment", J. of the American Stat. Ass., 77, pgs. 63-70.
- Holt, C.C., 1957, "Forecasting seasonal and trends by exponentially weighted moving averages", Carnegie Institute of Technology, Pittsburgh, Pennsylvania.
- Holt, C.C. et al. 1960, Planning production inventories and Work Force, Prentice-Hall, New York.

- Hooker, R.H., 1901, "The suspension of the Berlin produce exchange and its effect upon corn prices", J. of the Royal Statistical Society, v. 64, pags. 574 y sgts.
- ICE, Información Comercial Española, 1990, "Cointegración y raíces unitarias: un área de crecimiento", Cuadernos Económicos, número monográfico, nº 4.
- Khinchin, A.Y., 1934, "Korrelationstheorie der stationären stochastischen Prozesse", Mathematical Annals, 109, 604.
- Kolmogoroff, A.N., 1931, "Über die Abalytischen Methoden in der Wahrscheinlichkeitsrechnung", Mathematical Annals, 104, 415.
- Kolmogorov, A.N., 1940, "Kurven in Hibertschen Raum die gegenuber eine einparametrigen Gruppe von Bewegugen invariant sind", C.R. (Doklady) de l'Academie des Sciences de l'URSS, New Series, 26, 6-9.
- Kolmogoroff, A.N., 1941a, "Stationarty sequences in Hilbert Space", Bul. Moscow State Univ., 2, n. 6.
- Kolmogoroff, A.N., 1941b, "Interpolation and extrapolation of stationary random sequences", Izv. Akad. Nauk. SSSR, Ser. Mat., 5, 3.
- Kolmogoroff, A.N., 1950, Foundation of the Theory of Probability, Chelsea Publishing Company, New York.
- Koopmans, T.C. y WM. Hood, 1953, "The estimation of simultaneous linear economic realtionships", capítulo VI del libro Studies in Econometric Methids, monografía n. 14 de la Cowles Foundation, editado por WM. C: Hood y T. C. Koopmans.
- Maravall, A., 1987, "Descomposición de Series Temporales, especificación, estimación e inferencia", Estadística Española, nº 114, pgs. 11-69.
- Nelson, C.R., y C.I. Ploser, 1982, "Trends and random walks in macroeconomic times series", J. of Monetary Economics, 10, pags. 139-62.
- Makridakis, S., 1976, "A Survey of Time Series", Int. Stat. Rev., v. 44, n. 1, pags. 29-70.

- Poynting, J.H., 1884, "A comparison of the fluctuations in the price of wheat and in the cotton and silk imports into Great Britain", J. of the Royal Statistical Society, v.47, pags. 345-64.
- Priestley, M.B., 1981, Spectral Analysis and Time Series, Academic Press.
- Prothero, D.L. y K.F. Wallis, 1976, "Modelling Macroeconomic Time Series", J. of the Royal Statistical Society, Serie A, 139, Part 4, pags. 468-85.
- Quenouille, M.H., 1957, The Analysis of Multiple Time Series, C. Griffin and Co., London.
- Revilla, P., P. Rey y A. Espasa, 1990, "Characterization of Production in Different Branches of Spanish Industrial Activity, by meany Time Series Analysis", trabajo no publicado, de próxima aparición como documento de trabajo del Departamento de Economía de la Universidad Carlos III.
- Sargan, J.D., 1959, "The Estimation of Relationships with Autocorrelated Residuals by the Use of Instrumental Variables", J. Of the Royal Statistical Soc., B, 21, pgs. 91-105.
- Sargan, J.D., 1961, "The Maximum Likelihood Estimation of Economic Relationships with Autoregressive Residuals", Econométrica, julio, v. 29, nº 3.
- Shiskin, J., A.H. Young y J.C. Musgrave, 1967, "The X-11 variant of the Census Method II Seasonal Adjustment Program", Bureau of the Census Technical paper n. 15 (revisado), Washington D.C., V.S. Department of Commerce.
- Slustki, E., 1937, "The summation of random causes as the source of cyclic processes", Econometrica, v. 5, pags. 105-46.
- Slutski, E.E., 1960, Selected Works: Probability Theory, Mathematical Statistics, Izv. Akad. Nauk. SSSR., Moscu.
- Tiao, G. C. y G. E. P. Box, 1981, "Modeling multiple time series with applications", J. of the American statistical Association, v. 76, n. 376, diciembre, pags. 802 y sgs.
- Walker, A. M., 1931, "On the periodicity in series of related terms", Proceedings of the Royal Society of London, A, 131, 518-32.

- Wallis, K. F., 1977, "Multiple Time Series Analysis and the Final Form of Econometric Models", Econometrica, v. 48, n.1.
- Wallis, K. F., 1980, "Econometric Implications of the Rational Expectations Hypothesis", Econometrica, v. 48 n.1.
- Wiener, N., 1950, Extrapolation, Interpretation and Smoothing of Stationary Time Series, MIT Technology Press and John Wiley and Sons. Inc., New York.
- Wiener, N., 1958, Non-linear problems in random theory, M.I.T. Press, Cambridge, Mass.
- Winters, P. R., 1960, "Forecasting Sales by exponentially weighted moving averages", Management Science, abril, pgs. 324-42.
- Wold, H., 1938, A study in the Analysis of Stationary Time Series, Alinquist and Wiksells, Uppsala.
- Yaglom, A. M., 1962, An Introduction to the Theory of Stationary Random Functions, Dover Publications, Inc., New York.
- Yule, G. U., 1926, "Why do we sometimes get nonsense-correlations between time series? A study in sampling and the nature of time series", J. of the Royal Statistical Society, 89,1-64.
- Yule, G. U., 1927, "On the method of investigating periodicities in disturbed series, with special reference to Wolfer's sunspot numbers", Philosophical Transactions, A., 226, pags. 267-98.
- Zellner, A. y F. Palm, 1974, "Time Series Analysis and Simultaneous Equation Econometric Models", J. of Econometrics, v. 2, n.1, mayo, pags. 17-54.
- Zellner, A., 1979, "Statistical Analysis of Econometric Models", J. of the American Statistical Association, v. 74, n. 367, septiembre, pags. 628-651.